ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Περικλέους Σταύρου 31
34100 Χαλκίδα
T: 2221-300524 & 6937016375
F: 2221-300524
@: chalkida@diakrotima.gr
W: www.diakrotima.gr

Προς: Μαθητές Α, Β & Γ Λυκείου / Κάθε ενδιαφερόμενο

Αγαπητοί Φίλοι

Όπως σίγουρα γνωρίζετε, από τον Ιούνιο του 2010 ένα νέο **«ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ»** λειτουργεί και στη Χαλκίδα. Στο Φροντιστήριό μας, κάνοντας χρήση **πρωτοποριακών εκπαιδευτικών μέσων**, το «Σύστημα ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ» γίνεται «Σύστημα Επιτυχίας»!

Κάποια από τα βασικά σημεία υπεροχής των Φροντιστηρίων **ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ** είναι τα εξής:

- **Ευρεία χρήση** διαδραστικού πίνακα
- **Εξειδικευμένοι καθηγητές** επιλεγμένοι με τις πλέον αυστηρές μεθόδους
- **5μελή τμήματα** αντί για τα συνήθη πολυμελή τμήματα των φροντιστηρίων
- **60λεπτο μάθημα** και όχι 45λεπτο
- **Βοηθήματα εκδόσεων ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ** που προσφέρονται στους μαθητές μας

Εκτός όλων αυτών των πλεονεκτημάτων, οι μαθητές μας προετοιμάζονται για τις πανελλήνιες εξετάσεις ήδη από την Α Λυκείου, με τον τρόπο που διεξάγονται τα διαγωνίσματά μας. Η διαδικασία ξεκινά με την αποστολή του «Τετραδίου Ύλης» από τα Κεντρικά μία εβδομάδα πριν το καθορισμένο διαγώνισμα, ώστε να γνωρίζουν όλοι (διεύθυνση, καθηγητές και μαθητές) την εξεταστέα ύλη. Στη συνέχεια, την Παρασκευή το βράδυ πριν το διαγώνισμα αποστέλλονται από την Κεντρική Διοίκηση τα θέματα των διαγωνισμάτων του Σαββάτου, τα οποία φυσικά είναι άγνωστα και κοινά για όλα τα φροντιστήρια ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ.

Φανταστείτε λοιπόν, ότι οι μαθητές μας εξοικειώνονται ήδη από την Α τάξη του Λυκείου με την ιδέα των Πανελληνίων εξετάσεων αφού γράφουν σε όλη την Ελλάδα, κοινά και άγνωστα θέματα, σε κοινή ύλη, κοινή ημέρα και κοινή ώρα!

Στη συνέχεια, ακολουθεί το Τετράδιο Ύλης του Διαγωνίσματος, τα θέματα του Διαγωνίσματος και οι απαντήσεις από τους εξειδικευμένους καθηγητές μας. Για οποιαδήποτε απορία έχετε μπορείτε να επικοινωνήσετε με το Φροντιστήριο στα τηλέφωνα και το e-mail που υπάρχουν πάνω δεξιά.

Τέλος, θα χαρούμε πολύ να σας δούμε από κοντά, προκειμένου να ενημερωθείτε εσείς και οι γονείς σας για τα προγράμματα σπουδών μας και να ωφεληθείτε από τις προσφορές μας ενόψει της νέας σχολικής χρονιάς.

Με φιλικούς χαιρετισμούς,

Απόστολος Κηρύκος
Χημικός Μηχανικός Ε.Μ.Π.
MSc Marketing & Communication A.U.E.B.
Διεύθυνση **ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ** Χαλκίδας

ΔΕΛΤΙΟ ΕΞΕΤΑΣΤΕΑΣ ΥΛΗΣ

ΤΑΞΗ:Β ΛΥΚΕΙΟΥ	ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 11/1/2011
ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ	ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΚΑΘΗΓΗΤΗ: ΛΩΛΗ ΕΥΑΓΓΕΛΙΑ	
ΒΙΒΛΙΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟΥ	ΚΕΦΑΛΑΙΟ:2 ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ – 3 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ ΘΕΜΑ:2.1: ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ -2.2: ΔΙΑΙΡΕΣΗ-2.3:ΠΟΛ/ΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ-2.4:ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΑΝΑΓΟΝΤΑΙ ΣΕ ΠΟΛ/ΚΕΣ-3.1: ΑΚΟΛΟΥΘΙΕΣ-3.2: ΑΡΙΘΜ.ΠΡΟΟΔΟΣ. ΣΕΛΙΔΕΣ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ:ΣΕΛ 74: ΑΣΚ 11,12-ΣΕΛ 85-86:ΑΣΚ 5,12-ΣΕΛ119-120:ΑΣΚ 5-8-9. Παρατήρηση:Να γίνει σύντομη επανάληψη στην τριγωνομετρία!	
ΒΙΒΛΙΟ ΣΧΟΛΕΙΟΥ	ΚΕΦΑΛΑΙΟ:2 ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ – 3 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ ΘΕΜΑ:2.1: ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ -2.2: ΔΙΑΙΡΕΣΗ-2.3:ΠΟΛ/ΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ-2.4:ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΑΝΑΓΟΝΤΑΙ ΣΕ ΠΟΛ/ΚΕΣ-3.1: ΑΚΟΛΟΥΘΙΕΣ-3.2: ΑΡΙΘΜ.ΠΡΟΟΔΟΣ. ΣΕΛΙΔΕΣ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ: ΣΕΛ 65:1Β,3Β,4Β,5Β –ΣΕΛ 72-73: 1Α-2Α-4Α-6Α-3Β-4Β-5Β-ΣΕΛ 78-79:5Α-6Α-7Α-1Β-2Β-ΣΕΛ 83-84: 1Α-4Α-1Β-2Β-3Β-5Β-ΣΕΛ 92-93:3Α-4Α-5Α-ΣΕΛ 98-100: 3Α-4Α-5Α-11Α-1Β-2Β	

Για την άριστη προετοιμασία ενός διαγωνίσματος απαραίτητη είναι η γνώση <u>όλων των ασκήσεων</u> που περιέχονται στο σχολικό και στο φροντιστηριακό βιβλίο ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ στα κεφάλαια που περιλαμβάνονται στην παραπάνω εξεταστέα ύλη. <u>Κατ' ελάχιστον</u> όμως απαραίτητη κρίνεται η γνώση των παραπάνω προτεινόμενων ασκήσεων.

Σας Ευχόμαστε Καλή Επιτυχία!

Τάξη : Β΄ Λυκείου

Κατεύθυνση: Γενική παιδεία

Μάθημα: Άλγεβρα

Σύνολο σελίδες: 4

ΘΕΜΑ 1

Α. Να αποδείξετε ότι : Ένα πολυώνυμο P(x) έχει παράγοντα το x-ρ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του P(x) δηλαδή αν και μόνο αν P(ρ) = 0. **(Μ 7)**

Β. Πότε μια ακολουθία (α_ν) λέγεται αριθμητική πρόοδος; **(Μ 3)**

Γ . Να χαρακτηρίσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

α. Το μηδέν είναι σταθερό πολυώνυμο μηδενικού βαθμού.

β. Αν για το πολυώνυμο P(x) ισχύει ότι P(p) ≠ 0 τότε ο αριθμός p δεν είναι ρίζα του πολυωνύμου.

γ. Αν η διαίρεση του πολυωνύμου P(x) με το χ-ρ είναι τέλεια τότε ο αριθμός ρ είναι ρίζα του πολυωνύμου P(x).

δ. Αν ο διαιρέτης σε μια διαίρεση πολυωνύμων είναι δευτέρου βαθμού τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης έχει τη μορφή αx+β.

ε. Αν ο βαθμός του πολυωνύμου P(x) είναι ν τότε

ο βαθμός του πολυωνύμου $P^2(x)$ είναι 2ν.

(Μ 5)

Δ. Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

α. Η ακολουθία είναι συνάρτηση με πεδίο ορισμού το σύνολο: **Α)** Q **Β)** Z^* **Γ)** N **Δ)** N^* **Ε)** R

β. Τρείς αριθμοί α,β,γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει:

Α) $2\beta=\alpha+\gamma$ **Β)** $2\beta=\alpha-\gamma$ **Γ)** $\beta^2=\alpha+\gamma$ **Δ)** $\beta=\frac{\alpha.\gamma}{2}$ **Ε)** $\beta^2=\alpha-\gamma$

γ. Σε μια αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των ν πρώτων όρων S_ν είναι:

Α) $(\alpha_\nu-\alpha_1)\frac{\nu}{2}$ **Β)** $(\alpha_\nu+\alpha_1)\frac{\nu}{2}$ **Γ)** $(\alpha_\nu+\alpha_1)\frac{\omega}{2}$ **Δ)** $(\alpha_\nu-\alpha_1)\frac{\omega}{2}$

Ε) $(\alpha_\nu+\nu\omega)\frac{\nu}{2}$

δ. Σε κάθε αριθμητική πρόοδο η διαφορά ω είναι:

Α) θετικός ρητός **Β)**σταθερός ακέραιος **Γ)**ίσος με ν

Δ) σταθερός πραγματικός **Ε)** διάφορος του μηδενός.

ε. Η γραφική παράσταση μιας ακολουθίας είναι:

Α) Ευθεία γραμμή **Β)** Μια παραβολή **Γ)** Μια υπερβολή

Δ) Μεμονωμένα σημεία του επιπέδου με τετμημένες φυσικούς αριθμούς. **Ε**)Μια τυχαία γραμμή στο επίπεδο.

(Μ 5)

Ε. Να αποδείξετε ότι ο νιοστός όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω είναι:

$\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu-1)\omega$. **(Μ 5)**

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η ακολουθία $\alpha_\nu = 6\nu - 18$.

α. Να αποδείξετε οτι η παραπάνω ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος. **(Μ 7)**

β. Να υπολογίσετε τον πρώτο όρο της προόδου και την διαφορά ω. **(Μ 6)**

γ. Να υπολογίσετε το άθροισμα των 6 πρώτων όρων της προόδου. **(Μ6)**

δ. Να παραστήσετε γραφικά τους 6 πρώτους όρους της προόδου . **(Μ 6)**

ΘΕΜΑ 3

Α. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{2x} - \sqrt{x-1} + \sqrt{2}$

α. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. **(Μ 3)**

β. Να εξετάσετε αν υπάρχουν σημεία τομής της συνάρτησης f(x) με τον άξονα x′x.

(Μ 7)

Β. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2X^2-2X-4}{2X^3-3X^2-3X+2}$

α. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. **(Μ 3)**

β. Να απλοποιήσετε τον τύπο της f(x). **(Μ 4)**

γ.Να βρεθούν τα διαστήματα του x ,στα οποία η γραφική παράσταση της f(x) βρίσκεται πάνω απο την γραφική παράσταση της συνάρτησης g(x) =$2x^2$. **(Μ 8)**

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (2ημ^3θ)x^3 +(3συν^2θ)x^2 –(3ημθ)x-1$.

Α.Να βρεθεί η τιμή του θ έτσι ώστε το x-1 είναι παράγοντας του πολυωνύμου P(x). **(Μ 7)**

Β.Για ημθ = -1

α.Να γίνει η διαίρεση $P(x) : x^2 -αx$ **(Μ 4)**

β.Να υπολογίσετε τις τιμές των πραγματικών α,β όταν το υπόλοιπο της παραπάνω διαίρεσης έχει τη μορφή x+6β. **(Μ 4)**

γ.Να γράψετε την ταυτότητα της παραπάνω ευκλείδειας διαίρεσης. **(Μ 3)**

δ. Να βρεθούν τα διαστήματα του x ,στα οποία η γραφική παράσταση του P(x) βρίσκεται πάνω απο τον άξονα x′x. **(Μ 7)**

Καλή επιτυχία!

Επιμέλεια θεμάτων

Λώλη Ευαγγελία

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

Α. Θεωρία - απόδειξη σχολικού σελ. 68 **Β.** Θεωρία ορισμός σχολικού σελ. 94

Γ. α. Λ β. Σ γ. Σ δ. Σ ε. Σ **Δ.** α. Δ β. Α γ. Β δ. Δ ε. Δ

Ε. Θεωρία - απόδειξη σχολικού σελ. 95

ΘΕΜΑ 2

α. $a_{\nu+1}-a_\nu = 6(\nu+1)-18-6\nu+18 = 6\nu+6-18-6\nu+18 = 6$ άρα η (a_ν) Α.Π.

β. $a_1 = 6\cdot 1-18 = -12$ και $\omega = 6$

γ. $S_6 = \frac{6}{2}(2a_1+5\omega) = 3(-24+30) = 3\cdot 6 = 18$

δ. $a_1 = -12 \to A(1,-12)$

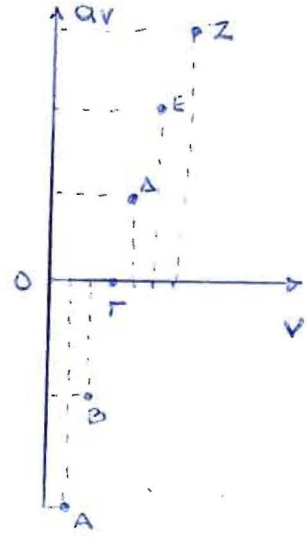
$a_2 = a_1+\omega = -12+6 = -6 \to B(2,-6)$

$a_3 = a_1+2\omega = -12+12 = 0 \to \Gamma(3,0)$

$a_4 = a_1+3\omega = -12+18 = 6 \to \Delta(4,6)$

$a_5 = a_1+4\omega = -12+24 = 12 \to E(5,12)$

$a_6 = a_1+5\omega = -12+30 = 18 \to Z(6,18)$



ΘΕΜΑ 3

Α.α. Πρέπει $2x \geq 0$ και $x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$. Οπότε το Π.Ο. της f είναι το $A=[1,+\infty)$

Α.β. $f(x)=0 \Leftrightarrow \sqrt{2x}-\sqrt{x-1}+\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow \sqrt{2}(\sqrt{x}+1)=\sqrt{x-1} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2(\sqrt{x}+1)^2 = (\sqrt{x-1})^2 \Leftrightarrow 2x+4\sqrt{x}+2 = x-1 \Leftrightarrow 4\sqrt{x} = -x-3$ αδύνατη αφού $x \geq 1$ άρα η C_f δεν τέμνει τον x'x.

Β.α. Πρέπει $2x^3-3x^2-3x+2 \neq 0 \Leftrightarrow 2(x^3+1)-3x(x+1) \neq 0 \Leftrightarrow 2(x+1)(x^2-x+1)-3x(x+1) \neq 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x+1)(2x^2-5x+2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$ και $x \neq 2$ και $x \neq 1/2$
Οπότε το Π.Ο. της f είναι το $A=(-\infty,-1)\cup(-1,1/2)\cup(\frac{1}{2},2)\cup(2,+\infty)$

Β.β. Για το τριώνυμο $2x^2-2x-4$ έχουμε $\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=4+32=36>0$ άρα $x_1,x_2=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=$
$=\frac{2\pm 6}{4}=\begin{cases}2\\-1\end{cases}$ οπότε $2x^2-2x-4=2(x+1)\cdot(x-2)$
Για τον παρονομαστή $2x^3-3x^2-3x+2 = 2(x+1)(x-2)(x-\frac{1}{2})$ Οπότε

$$f(x)=\frac{2(x+1)(x-2)}{2(x+1)(x-2)(x-\frac{1}{2})}=\frac{1}{x-\frac{1}{2}}=\frac{2}{2x-1}$$

Β.γ. Τα διαστήματα στα οποία η C_f βρίσκεται πάνω από τη C_g ισχύει
$f(x)>g(x) \Leftrightarrow \frac{2}{2x-1}>2x^2 \Leftrightarrow \frac{2}{2x-1}-2x^2>0 \Leftrightarrow \frac{2-4x^3+2x^2}{2x-1}>0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (-4x^3+2x^2+2)(2x-1)>0 \Leftrightarrow (2x^3-x^2-1)(2x-1)<0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x^3+x^3-x^2-1)(2x-1)<0 \Leftrightarrow [x^2(x-1)+(x^3-1)](2x-1)<0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow [x^2(x-1)+(x-1)(x^2+x+1)](2x-1)<0 \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l}(x-1)(2x^2+x+1)(2x-1)<0\\ 2x^2+x+1>0 \text{ αφού } \Delta=-7<0\end{array}\right\} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-1)(2x+1)<0$ (1)

x	$-\infty$	-1	$1/2$	1	2	$+\infty$
$x-1$	−	−	−	+	+	
$2x-1$	−	−	+	+	+	
	+	+	−	+	+	

Από πίνακα προσήμων έχουμε ότι η (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{2}<x<1$ δηλ. $x \in (\frac{1}{2},1)$

ΘΕΜΑ 4

Α. $x-1$ παράγοντας $P(x) \Leftrightarrow P(1)=0 \Leftrightarrow 2\eta\mu^3\theta+3\sigma\upsilon\nu^2\theta-3\eta\mu\theta-1=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\eta\mu^3\theta+3-3\eta\mu^2\theta-3\eta\mu\theta-1=0 \Leftrightarrow 2\eta\mu^3\theta-3\eta\mu^2\theta-3\eta\mu\theta+2=0$ (1)

Θέτουμε $\eta\mu\theta=y$ με $-1\le y\le 1$ οπότε (1) $\Leftrightarrow 2y^3-3y^2-3y+2=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2(y+1)(y-2)\cdot(y-\frac{1}{2})=0 \Leftrightarrow y=-1$ ή $y=2$ ή $y=\frac{1}{2}$

- αν $y=-1 \to \eta\mu\theta=-1 \Leftrightarrow \eta\mu\theta=\eta\mu\frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow \begin{cases}\theta=2k\pi+\frac{3\pi}{2} \\ \text{ή} \\ \theta=2k\pi-\frac{\pi}{2}\end{cases}$ $k\in\mathbb{Z}$
- αν $y=2 \to \eta\mu\theta=2$ (αδύνατη)
- αν $y=\frac{1}{2} \to \eta\mu\theta=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \eta\mu\theta=\eta\mu\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases}\theta=2k\pi+\frac{\pi}{6} \\ \text{ή} \\ \theta=2k\pi+\frac{5\pi}{6}\end{cases}$ $k\in\mathbb{Z}$

Β.α. Αν $\eta\mu\theta=-1$ τότε $\sigma\upsilon\nu\theta=0$ οπότε $P(x)=-2x^3+3x-1$

$$\begin{array}{r|l} -2x^3 \quad +3x-1 & x^2+ax \\ \hline 2x^3+2ax^2 & -2x+2a \\ \hline 2ax^2+3x-1 & \\ -2ax^2-2a^2x & \\ \hline (3-2a^2)x-1 & \end{array}$$

Οπότε $\pi(x)=-2x+2a$

$\upsilon(x)=(3-2a^2)x-1$

Β.β. Αν $\upsilon(x)=x+6\beta$ τότε $(3-2a^2)x-1=x+6\beta \Leftrightarrow \begin{cases}3-2a^2=1 \\ \text{και} \\ 6\beta=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix}a=\pm 1 \\ \text{και} \\ \beta=-\frac{1}{6}\end{matrix}$

Β.γ. Αν $a=1$, $\pi(x)=-2x+2$, $\upsilon(x)=x-1$ άρα $P(x)=(x^2+x)(-2x+2)+x-1$

Αν $a=-1$, $\pi(x)=-2x-2$, $\upsilon(x)=x-1$ άρα $P(x)=(x^2-x)(-2x-2)+x-1$

Β.δ. Για τα διαστήματα στα οποία η C_P βρίσκεται πάνω από τον $x'x$ ισχύει $P(x)>0 \Leftrightarrow -2x^3+3x-1>0 \Leftrightarrow -2x^3+2x+x-1>0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2x(x^2-1)+x-1>0 \Leftrightarrow -2x(x+1)(x-1)+(x-1)>0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-1)(-2x^2-2x+1)>0$

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$		$\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$		1		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$		$-$		$+$	
$-2x^2-2x-1$		$-$	0	$+$		$-$		$-$	
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Από τον πίνακα προσήμου του $P(x)$ έχουμε:

$x<\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ ή $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}<x<1$

Δηλ. $x\in\left(-\infty,\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)\cup\left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2},1\right)$

Δ. ΑΚΙΝΟΣΟΓΛΟΥ