

**ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ**

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Περικλέους Σταύρου 31
34100 Χαλκίδα
Τ: 2221-300524 & 6937016375
F: 2221-300524
@: chalkida@diakrotima.gr
W: www.diakrotima.gr

Προς: Μαθητές Α, Β & Γ Λυκείου / Κάθε ενδιαφερόμενο

Αγαπητοί Φίλοι

Όπως σίγουρα γνωρίζετε, από τον Ιούνιο του 2010 ένα νέο «**ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ**» λειτουργεί και στη Χαλκίδα. Στο Φροντιστήριό μας, κάνοντας χρήση **πρωτοποριακών εκπαιδευτικών μέσων**, το «Σύστημα ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ» γίνεται «Σύστημα Επιτυχίας»!

Κάποια από τα βασικά σημεία υπεροχής των Φροντιστηρίων **ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ** είναι τα εξής:

- **Ευρεία χρήση** διαδραστικού πίνακα
- **Εξειδικευμένοι καθηγητές** επιλεγμένοι με τις πλέον αυστηρές μεθόδους
- **5μελή τμήματα** αντί για τα συνήθη πολυμελή τμήματα των φροντιστηρίων
- **60λεπτο μάθημα** και όχι 45λεπτο
- **Βοηθήματα εκδόσεων ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ** που προσφέρονται στους μαθητές μας

Εκτός όλων αυτών των πλεονεκτημάτων, οι μαθητές μας προετοιμάζονται για τις πανελλήνιες εξετάσεις ήδη από την Α Λυκείου, με τον τρόπο που διεξάγονται τα διαγωνίσματά μας. Η διαδικασία ξεκινά με την αποστολή του «Τετραδίου Ύλης» από τα Κεντρικά μία εβδομάδα πριν το καθορισμένο διαγώνισμα, ώστε να γνωρίζουν όλοι (διεύθυνση, καθηγητές και μαθητές) την εξεταστέα ύλη. Στη συνέχεια, την Παρασκευή το βράδυ πριν το διαγώνισμα αποστέλλονται από την Κεντρική Διοίκηση τα θέματα των διαγωνισμάτων του Σαββάτου, τα οποία φυσικά είναι άγνωστα και κοινά για όλα τα φροντιστήρια ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ.

Φανταστείτε λοιπόν, ότι οι μαθητές μας εξοικειώνονται ήδη από την Α τάξη του Λυκείου με την ιδέα των Πανελληνίων εξετάσεων αφού γράφουν σε όλη την Ελλάδα, κοινά και άγνωστα θέματα, σε κοινή ύλη, κοινή ημέρα και κοινή ώρα!

Στη συνέχεια, ακολουθεί το Τετράδιο Ύλης του Διαγωνίσματος, τα θέματα του Διαγωνίσματος και οι απαντήσεις από τους εξειδικευμένους καθηγητές μας. Για οποιαδήποτε απορία έχετε μπορείτε να επικοινωνήσετε με το Φροντιστήριο στα τηλέφωνα και το e-mail που υπάρχουν πάνω δεξιά.

Τέλος, θα χαρούμε πολύ να σας δούμε από κοντά, προκειμένου να ενημερωθείτε εσείς και οι γονείς σας για τα προγράμματα σπουδών μας και να ωφεληθείτε από τις προσφορές μας ενόψει της νέας σχολικής χρονιάς.

Με φιλικούς χαιρετισμούς,

Απόστολος Κηρύκος
Χημικός Μηχανικός Ε.Μ.Π.
MSc Marketing & Communication A.U.E.B.
Διεύθυνση **ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ** Χαλκίδας

ΔΕΛΤΙΟ ΕΞΕΤΑΣΤΕΑΣ ΥΛΗΣ

ΤΑΞΗ Α ΛΥΚΕΙΟΥ		ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 18/12/2010
ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ	ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΚΑΘΗΓΗΤΗ: ΤΣΑΚΟΥΜΑΓΚΟΣ ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ	
ΒΙΒΛΙΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟΥ	ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΘΕΜΑ: ΣΕΛΙΔΕΣ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ: Σελ 38-39: 3,15,22,23,24 Σελ 49 ασκ: 2,3,4,6 σελ. 58 ασκ: 11,12,14 σελ 63 ασκ: 2iv,vi,x 3iii,vi,xi,xii σελ. 134 ασκ: 1,2,3, Σελ 79-80 ασκ:12,13,15,16,17,19 σελ.85 ασκ: 4,5,9	
ΒΙΒΛΙΟ ΣΧΟΛΕΙΟΥ	ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 1.3 , 1.4 , 2.1 , 2.2 ,2.3 ΘΕΜΑ: Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, Ρίζες πραγματικών αριθμών, Εξισώσεις α βαθμού, Εξισώσεις $x_n = a$, Εξισώσεις β βαθμού, Άθροισμα και γινόμενο ριζών. Εξισώσεις και προβλήματα των οποίων η επίλυση ανάγεται σε επίλυση εξισώσεων Β' βαθμού ΣΕΛΙΔΕΣ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ: σελ 42-43: Α 1,2,3,4,5,7 σελ 44: Β 1,2,3,4 σελ. 50-51 ασκ: Α' 3,4,5,6,7,8,10,11, σελ.51 ασκ: Β' 1,2,4. σελ. 59-61 ασκ: Α1ii,2,3,7,8,9,12,14,15,16 σελ 61-62:Β 1,5,6,7,8, σελ.63: Α 1,2,3,4,6, σελ. 69-70 ασκ: Α' 1,2,3,4,5,8,Β' 1,2 σελ. 69-71 ασκ: Α' 6,7, σελ 71 ασκ : Β 3,4,5,6 σελ. 70 ασκ Α: 11,12,13,14,15	

Για την άριστη προετοιμασία ενός διαγωνίσματος απαραίτητη είναι η γνώση όλων των ασκήσεων που περιέχονται στο σχολικό και στο φροντιστηριακό βιβλίο ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ στα κεφάλαια που περιλαμβάνονται στην παραπάνω εξεταστέα ύλη. Κατ' ελάχιστον όμως απαραίτητη κρίνεται η γνώση των παραπάνω προτεινόμενων ασκήσεων.

Σας Ευχόμαστε Καλή Επιτυχία!

Τάξη: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
 Κατεύθυνση:
 Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ
 Σύνολο σελίδες: 3

ΘΕΜΑ Α

A1. Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού α . (Μονάδες 2)

A2. Σημειώστε σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) στις πιο κάτω σχέσεις:

- i. Αν $d(x, 2) > 1$ τότε $x > 3$ ή $x < 1$
- ii. $|\alpha|^2 = \alpha^2$
- iii. Αν $|a| + |\beta| \leq 0$ τότε $\alpha = \beta = 0$
- iv. Η εξίσωση $5x + \alpha = 0$ είναι αδύνατη αν $\alpha = 0$
- v. Η εξίσωση $\alpha x = -3$ έχει πάντοτε λύση την $x = -\frac{3}{\alpha}$

(Μονάδες 5)

A3. Να αντιστοιχίσετε κάθε παράσταση που βρίσκεται στη στήλη Α' μία ίση της παράσταση που βρίσκεται στη στήλη Β'.

ΣΤΗΛΗ Α'

1. $\sqrt{9x^2 - 6x + 1}$

2. $\sqrt[5]{x^3}, x > 0$

3. $\sqrt{x^2}$

4. $\sqrt[6]{x^{10}}$

.

ΣΤΗΛΗ Β'

A. $3x - 1$

B. x

Γ. $\sqrt[3]{x^5}$

Δ. $|3x - 1|$

E. $|x|$

ΣΤ. $x^{\frac{3}{5}}$

Z. $\sqrt[3]{|x^5|}$

(Μονάδες 4)

A4. Έστω η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0, \Delta \geq 0$ και χ_1, χ_2 οι ρίζες της. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των ριζών της $S = \chi_1 + \chi_2$ και το γινόμενο των ριζών της $P = \chi_1 \cdot \chi_2$ δίνονται από τους τύπους:

α) $S = \chi_1 + \chi_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$

(Μονάδες 7)

β) $P = \chi_1 \cdot \chi_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Β

B1 . Να γράψετε με ρητό παρονομαστή τα παρακάτω κλάσματα:

i) $\frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

(Μονάδες 4)

ii) $\frac{2}{\sqrt{5} + 1}$

(Μονάδες 4)

B2 . Να λύσετε για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ την εξίσωση:

$$\lambda(2\chi - \lambda) + \chi = \lambda\chi + \lambda^2$$

(Μονάδες 8)

B3. Να βρεθούν τα $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ αν η εξίσωση:

$$-\lambda(5\chi - \lambda) + 2 + 3\lambda = \lambda^2 + 5(1 - \mu\chi) \text{ είναι αόριστη.}$$

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 6x - 3 = 0$, τότε χωρίς να βρεθούν οι ρίζες αυτές να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

α) $x_1^2 + x_2^2$

(Μονάδες 6)

β) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

(Μονάδες 5)

γ) $x_2 x_1^2 + x_1 x_2^2$

(Μονάδες 5)

Γ2. Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{x}{x^2 - 3x + 2} + \frac{2}{x - 1} - \frac{3}{x - 2} = 0$$

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Δ

Να λυθούν οι εξισώσεις:

Δ1. $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = 6|x| - 3$

(Μονάδες 10)

Δ2. $\frac{|3x - 3| + 1}{2} + \frac{2|x - 1|}{3} = \frac{|1 - x| + 2}{3}$

(Μονάδες 8)

Δ3. $x^2 - |x| - 6 = 0$

(Μονάδες 7)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΣΑΚΟΥΜΑΓΚΟΣ ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία-ορισμός σχολικού σελ. 37

A2. i. Σ ii. Σ iii. Σ iv. Λ v. Λ

A3. 1. Δ 2. ΣΤ 3. Ε 4. Ζ

A4. Θεωρία-απόδειξη σχολικού σελ. 66

ΘΕΜΑ Β

$$B1. i) \frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = 2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

$$ii) \frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5})^2-1^2} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{5-1} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$B2. \lambda(2x-\lambda)+x=\lambda x+\lambda^2 \Leftrightarrow 2\lambda x-\lambda^2+x=\lambda x+\lambda^2 \Leftrightarrow 2\lambda x+x-\lambda x=2\lambda^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (\lambda+1) \cdot x=2\lambda^2 \quad \textcircled{1}$$

• Αν $\lambda+1 \neq 0 \Leftrightarrow \lambda \neq -1$ η $\textcircled{1}$ έχει μον. λύση της μορφής $x = \frac{2\lambda^2}{\lambda+1}$

• Αν $\lambda+1=0 \Leftrightarrow \lambda=-1$ η $\textcircled{1}$ γίνεται $0 \cdot x=2$ (αδύνατη)

$$B3. -\lambda(5x-\lambda)+2+3\lambda=\lambda^2+5(1-\mu x) \Leftrightarrow -5\lambda x+\lambda^2+2+3\lambda=\lambda^2+5-5\mu x \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -5\lambda x+5\mu x=3-3\lambda \Leftrightarrow 5(\mu-\lambda)x=3(1-\lambda) \quad \textcircled{1}$$

Η $\textcircled{1}$ είναι αόριστη αν $\mu-\lambda=0$ και $1-\lambda=0 \Leftrightarrow \mu-\lambda=0 \Leftrightarrow \lambda=\mu=1$

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma1. a) \begin{cases} x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1 \cdot x_2 \\ x_1+x_2=-\frac{b}{a}=\frac{6}{2}=3 \\ x_1 \cdot x_2=\frac{\gamma}{a}=-\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x_1^2+x_2^2=3^2-2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)=9+3=12$$

$$b) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2+x_1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{3}{-\frac{3}{2}} = -\frac{6}{3} = -2$$

$$γ) x_2 \cdot x_1^2 + x_1 \cdot x_2^2 = x_1 \cdot x_2 (x_1+x_2) = \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot 3 = -\frac{9}{2}$$

$$\Gamma2. \frac{x}{x^2-3x+2} + \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x-2} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{(x-1)(x-2)} + \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x-2} = 0 \quad \textcircled{1}$$

Πρέπει $(x-1) \cdot (x-2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1, 2$ άρα $\textcircled{1}$ γίνεται

$$(x-1) \cdot (x-2) \cdot \frac{x}{(x-1)(x-2)} + (x-1) \cdot (x-2) \cdot \frac{2}{x-1} - (x-1) \cdot (x-2) \cdot \frac{3}{x-2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + 2(x-2) - 3(x-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2x - 4 - 3x + 3 = 0 \Leftrightarrow 0 \cdot x = 1 \text{ (αδύνατη)}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta1. \sqrt{x^2+4x+4} = 6|x|-3 \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2} = 6|x|-3 \Leftrightarrow |x+2| = 6|x|-3 \quad \textcircled{1}$$

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
x	-	-	0	+
x+2	-	0	+	+

• Αν $x \leq -2$, $|x| = -x$, $|x+2| = -x-2$ οπότε

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow -x-2 = -6x-3 \Leftrightarrow 5x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{5} \text{ (απορ.)}$$

• Αν $-2 < x < 0$, $|x| = -x$, $|x+2| = x+2$ οπότε

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow x+2 = -6x-3 \Leftrightarrow 7x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{7} \text{ δεκτή}$$

• Αν $x \geq 0$, $|x| = x$, $|x+2| = x+2$ οπότε

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow x+2 = 6x-3 \Leftrightarrow -5x = -5 \Leftrightarrow x = 1 \text{ δεκτή.}$$

$$\begin{aligned} \Delta_2. \frac{|3x-3|+1}{2} + \frac{2|x-1|}{3} &= \frac{|1-x|+2}{3} \Leftrightarrow \frac{3|x-1|+1}{2} + \frac{2|x-1|}{3} = \frac{|x-1|+2}{3} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 9|x-1|+3+4|x-1| &= 2|x-1|+4 \Leftrightarrow 11|x-1|=1 \Leftrightarrow |x-1| = \frac{1}{11} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{1}{11} \\ \text{ή} \\ x-1 = -\frac{1}{11} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{11} \\ \text{ή} \\ x = 1 - \frac{1}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{12}{11} \\ \text{ή} \\ x = \frac{10}{11} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Delta_3. x^2 - |x| - 6 = 0 \Leftrightarrow |x|^2 - |x| - 6 = 0 \quad (1)$$

$$|x| = y \geq 0 \quad \text{οπότε η } (1) \Leftrightarrow y^2 - y - 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4\alpha\gamma = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25 \quad \left\{ \begin{aligned} y_1, y_2 &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \end{aligned} \right.$$

$$= \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \text{ (απόρ)} \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Για } y=3, |x|=3 \Leftrightarrow \boxed{x=3 \text{ ή } x=-3}$$

Δ. ΑΚΙΝΟΣΟΓΛΟΥ