Περικλέους Σταύρου 31
34100 Χαλκίδα
T: 2221-300524 & 6937016375
F: 2221-300524
@: chalkida@diakrotima.gr
W: www.diakrotima.gr

Προς: Μαθητές Α, Β & Γ Λυκείου / Κάθε ενδιαφερόμενο

Αγαπητοί Φίλοι

Όπως σίγουρα γνωρίζετε, από τον Ιούνιο του 2010 ένα νέο **«ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ»** λειτουργεί και στη Χαλκίδα. Στο Φροντιστήριό μας, κάνοντας χρήση **πρωτοποριακών εκπαιδευτικών μέσων**, το «Σύστημα ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ» γίνεται «Σύστημα Επιτυχίας»!

Κάποια από τα βασικά σημεία υπεροχής των Φροντιστηρίων **ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ** είναι τα εξής:

- **Ευρεία χρήση** διαδραστικού πίνακα
- **Εξειδικευμένοι καθηγητές** επιλεγμένοι με τις πλέον αυστηρές μεθόδους
- **5μελή τμήματα** αντί για τα συνήθη πολυμελή τμήματα των φροντιστηρίων
- **60λεπτο μάθημα** και όχι 45λεπτο
- **Βοηθήματα εκδόσεων ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ** που προσφέρονται στους μαθητές μας

Εκτός όλων αυτών των πλεονεκτημάτων, οι μαθητές μας προετοιμάζονται για τις πανελλήνιες εξετάσεις ήδη από την Α Λυκείου, με τον τρόπο που διεξάγονται τα διαγωνίσματά μας. Η διαδικασία ξεκινά με την αποστολή του «Τετραδίου Ύλης» από τα Κεντρικά μία εβδομάδα πριν το καθορισμένο διαγώνισμα, ώστε να γνωρίζουν όλοι (διεύθυνση, καθηγητές και μαθητές) την εξεταστέα ύλη. Στη συνέχεια, την Παρασκευή το βράδυ πριν το διαγώνισμα αποστέλλονται από την Κεντρική Διοίκηση τα θέματα των διαγωνισμάτων του Σαββάτου, τα οποία φυσικά είναι άγνωστα και κοινά για όλα τα φροντιστήρια ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ.

Φανταστείτε λοιπόν, ότι οι μαθητές μας εξοικειώνονται ήδη από την Α τάξη του Λυκείου με την ιδέα των Πανελληνίων εξετάσεων αφού γράφουν σε όλη την Ελλάδα, κοινά και άγνωστα θέματα, σε κοινή ύλη, κοινή ημέρα και κοινή ώρα!

Στη συνέχεια, ακολουθεί το Τετράδιο Ύλης του Διαγωνίσματος, τα θέματα του Διαγωνίσματος και οι απαντήσεις από τους εξειδικευμένους καθηγητές μας. Για οποιαδήποτε απορία έχετε μπορείτε να επικοινωνήσετε με το Φροντιστήριο στα τηλέφωνα και το e-mail που υπάρχουν πάνω δεξιά.

Τέλος, θα χαρούμε πολύ να σας δούμε από κοντά, προκειμένου να ενημερωθείτε εσείς και οι γονείς σας για τα προγράμματα σπουδών μας και να ωφεληθείτε από τις προσφορές μας ενόψει της νέας σχολικής χρονιάς.

Με φιλικούς χαιρετισμούς,

Απόστολος Κηρύκος
Χημικός Μηχανικός Ε.Μ.Π.
MSc Marketing & Communication A.U.E.B.
Διεύθυνση **ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ** Χαλκίδας

ΔΕΛΤΙΟ ΕΞΕΤΑΣΤΕΑΣ ΥΛΗΣ

<table>
<tr><td>ΤΑΞΗ Α ΛΥΚΕΙΟΥ</td><td>ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ:</td><td>ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:</td></tr>
<tr><td>ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ</td><td colspan="2">ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΚΑΘΗΓΗΤΗ
ΤΣΑΚΟΥΜΑΓΚΟΣ ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ</td></tr>
<tr><td>ΒΙΒΛΙΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟΥ</td><td colspan="2">ΣΕΛΙΔΕΣ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ:
Σελ 54-55:1, 3,,2,12,,13,22,23
Σελ 68-69 ασκ: 2,3,4,6
σελ 78,79 ασκ2,3,4,6,7,10,11,12,13,14
σελ. 87 ασκ: 1,2,3
σελ 95 ασκ: 2,3,4,5,8,,9,12
σελ 108 ασκ:5,13,19.(με ριζες X1,X2)
Σελ 126-127 ασκ 3,11,13,15
Σελ 134 ασκ : 1ιιι,ιν,2ιι,ιν,νιι
σελ 150 ασκ: 1δ,ζ,2ιι,ιν,3ιι,ν,νι,ιχ</td></tr>
<tr><td>ΒΙΒΛΙΟ ΣΧΟΛΕΙΟΥ</td><td colspan="2">ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 1.3 , 1.4 , 2.1 , 2.2 ,2.3 ,3.1 ,3.2
ΘΕΜΑ: Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, Ρίζες πραγματικών αριθμών, Εξισώσεις α βαθμού, Εξισώσεις $x^ν = α$, Εξισώσεις β βαθμού, Άθροισμα και γινόμενο ριζών. Εξισώσεις και προβλήματα των οποίων η επίλυση ανάγεται σε επίλυση εξισώσεων Β΄ βαθμού.
ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ. Ανισώσεις με απόλυτες τιμές.
ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 2ου ΒΑΘΜΟΥ. Πρόσημο των τιμών του τριωνύμου.
Ανισώσεις της μορφής $αx^2+βx+γ > 0$ ή $αx^2+βx+γ < 0$

ΣΕΛΙΔΕΣ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ: σελ 42-43: Α 1,2,3,4,5,7
σελ 44: Β 1,2,3,4
σελ. 50-51 ασκ:Α΄3,4,5,6,7,8,10,11,
σελ.51 ασκ: Β΄1,2,4.
σελ. 59-61 ασκ: Α1ii,2,3,7,8,9,12,14,15,16
σελ 61-62:Β 1,5,6,7,8,
σελ.63: Α 1,2,3,4,6,
σελ. 69-70 ασκ: Α΄1,2,3,4,5,8,Β΄1,2
σελ. 69-71 ασκ: Α΄6,7,
σελ 71 ασκ : Β 3,4,5,6
σελ. 70 ασκ Α: 11,12,13,14,15
σελ. 80-81 ασκ Α: 1,3,5,6,7,8,9
σελ 81 ασκ Β: 1,2,3
σελ.88 ασκ:Α΄1,2,3,4,5,6,7,8,10,11
σελ 89 ασκ Β: 1,2,3,4,6</td></tr>
</table>

Για την άριστη προετοιμασία ενός διαγωνίσματος απαραίτητη είναι η γνώση <u>όλων των ασκήσεων</u> που περιέχονται στο σχολικό και στο φροντιστηριακό βιβλίο ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ στα κεφάλαια που περιλαμβάνονται στην παραπάνω εξεταστέα ύλη. <u>Κατ' ελάχιστον</u> όμως απαραίτητη κρίνεται η γνώση των παραπάνω προτεινόμενων ασκήσεων.

Σας Ευχόμαστε Καλή Επιτυχία!

Τάξη: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
Κατεύθυνση:
Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ
Σύνολο σελίδες: 3

Διαγώνισμα στην Άλγεβρα Α' Λυκείου
Κεφάλαια 1,2,3

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να δοθεί ο ορισμός της τετραγωνικής ρίζας ενός μη αρνητικού αριθμού α.
Μονάδες 5

Α2. Να αποδείξετε ότι $|\alpha+\beta| \leq |\alpha| + |\beta|$
Μονάδες 6

Α3. Να συμπληρωθούν τα κενά στους τύπους

1. Αν θ>0 και $|x| \geq \theta \Leftrightarrow$ ....
2. Αν $|x| = |a| \Leftrightarrow$ ....ή...........

Μονάδες 4

Α4. Να αντιστοιχίσετε την πρόταση στη στήλη Α με την τιμή της διακρίνουσας στη στήλη Β

Στήλη Α	Στήλη Β
Α. Το τριώνυμο έχει πραγματικές ρίζες	1. $\Delta>0$
Β. Το τριώνυμο έχει μία το πολύ ρίζα	2. $\Delta \leq 0$
Γ. Το τριώνυμο δεν έχει ρίζες	3. $\Delta \geq 0$
Δ. Το τριώνυμο έχει δύο άνισες ρίζες	4. $\Delta = 0$
Ε. Το τριώνυμο έχει μία διπλή ρίζα	5. $\Delta < 0$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δίνεται η εξίσωση $x^2-(a+1)x+a+4=0, a\in R$

1. Να βρεθεί η διακρίνουσα της εξίσωσης και να μελετηθεί το πρόσημό της
2. Για ποιες τιμές του α η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες;
3. Για ποιες τιμές του α η εξίσωση έχει μία διπλή ρίζα;
4. Για ποιες τιμές του α η εξίσωση είναι αδύνατη;

Μονάδες 15

Β2. Να λυθεί η παρακάτω εξίσωση για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου λ $\lambda^2(x-1)=2(2x-\lambda)$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λυθούν οι εξισώσεις:

1. $\sqrt{x^2-2x+1}=|x|+1$
2. $\dfrac{|2x-2|}{8}+\dfrac{|1-x|}{2}=4-|x-1|$
3. $x^2-5|x|+6=0$

Μονάδες 12

Γ2. Να λυθεί η ανίσωση: $\dfrac{|x-1|-4}{2}+\dfrac{5}{3}<\dfrac{|x-1|}{3}$

Μονάδες 8

Γ3. Να αποδείξετε ότι :

Αν $|x|\leq 1, |y|\leq 2$ τότε $|2x-3y|\leq 8$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2-\lambda x-(\lambda+1)=0$ με $\lambda\neq -2 / \lambda\in R$

Δ1. Να αποδείξετε ότι έχει ρίζες άνισες για κάθε $\lambda\neq -2$.

Μονάδες 8

Δ2. Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης. Να βρείτε :

1. Τα $x_1 + x_2$ και $x_1 \cdot x_2$

Μονάδες 4

2. Τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση να έχει δύο ρίζες ετερόσημες.

Μονάδες 4

3. Τις τιμές του λ ώστε $(x_1 + x_2)^2 \leq x_1 \cdot x_2 + 3$

Μονάδες 9

Καλή επιτυχία
Επιμέλεια Θεμάτων : Γιώργος Σοφός

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία-ορισμός σχολικό σελ. 45

Α2. Θεωρία-απόδειξη σχολικό σελ. 39

Α3. 1. $|x| \geq \theta \Leftrightarrow x \geq \theta$ ή $x \leq -\theta$

2. $|x| = |\alpha| \Leftrightarrow x = \alpha$ ή $x = -\alpha$

Α4. Α.3 Β.2 Γ.5 Δ.1 Ε.4

ΘΕΜΑ Β

Β1. 1. $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (\alpha+1)^2 - 4(\alpha+4) = \alpha^2 + 2\alpha + 1 - 4\alpha - 16 =$

$= \alpha^2 - 2\alpha - 15$ (τριώνυμο ως προς α)

$\Delta' = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 4 - 4(-15) = 4 + 60 = 64$, $\alpha_1, \alpha_2 = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \dfrac{2 \pm 8}{2} = \begin{cases} 5 \\ -3 \end{cases}$

α	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
Δ		$+$	0	$-$	0	$+$	

2. Η εξίσωση έχει 2 άνισες ρίζες $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow \alpha < -3$ ή $\alpha > 5$ δηλαδή $\alpha \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

3. Η εξίσωση έχει 1 διπλή ρίζα $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow \alpha = -3$ ή $\alpha = 5$

4. Η εξίσωση είναι αδύνατη $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow -3 < \alpha < 5$ δηλαδή $\alpha \in (-3, 5)$

Β2. $\lambda^2(x-1) = 2(2x - \lambda) \Leftrightarrow \lambda^2 x - \lambda^2 = 4x - 2\lambda \Leftrightarrow (\lambda^2 - 4)x = \lambda^2 - 2\lambda \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\lambda - 2)(\lambda + 2) \cdot x = \lambda(\lambda - 2)$ (1)

- Αν $(\lambda-2)(\lambda+2) \neq 0 \Leftrightarrow \lambda \neq -2, 2$ η (1) έχει μοναδική λύση της μορφής

$x = \dfrac{\lambda(\lambda-2)}{(\lambda-2)(\lambda+2)} = \dfrac{\lambda}{\lambda+2}$

- Αν $(\lambda-2)(\lambda+2) = 0 \Leftrightarrow \lambda - 2 = 0$ ή $\lambda + 2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 2$ ή $\lambda = -2$ τότε

- Για $\lambda = 2$ η (1) $\Leftrightarrow 0 \cdot x = 0$ (ταυτότητα)
- Για $\lambda = -2$ η (1) $\Leftrightarrow 0 \cdot x = 8$ (αδύνατη)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. 1. $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = |x| + 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2} = |x| + 1 \Leftrightarrow |x - 1| = |x| + 1$ (1)

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	

- Αν $x \leq 0$ τότε $x < 1$ άρα $|x| = -x$, $|x-1| = 1 - x$
άρα (1) $\Leftrightarrow 1 - x = -x + 1 \Leftrightarrow 1 = 1$ ταυτότητα για κάθε $x \leq 0$
- Αν $0 < x < 1$ τότε $|x| = x$, $|x-1| = 1 - x$
άρα (1) $\Leftrightarrow 1 - x = x + 1 \Leftrightarrow -2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ αδύνατη
- Αν $x \geq 1$ τότε $|x| = x$, $|x-1| = x - 1$
άρα (1) $\Leftrightarrow x - 1 = x + 1 \Leftrightarrow -1 = 1$ αδύνατη

2. $\dfrac{|2x-2|}{8} + \dfrac{|1-x|}{2} = 4-|x-1| \Leftrightarrow \dfrac{2|x-1|}{8} + \dfrac{|x-1|}{2} = 4-|x-1| \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{|x-1|}{4} + \dfrac{|x-1|}{2} = 4-|x-1| \Leftrightarrow |x-1| + 2|x-1| = 16 - 4|x-1| \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7|x-1| = 16 \Leftrightarrow |x-1| = \dfrac{16}{7} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} x-1 = \dfrac{16}{7} \\ \text{ή} \\ x-1 = -\dfrac{16}{7} \end{array}\right\} \Leftrightarrow \boxed{\begin{array}{c} x = \dfrac{23}{7} \\ \text{ή} \\ x = -\dfrac{9}{7} \end{array}}$

3. $x^2 - 5|x| + 6 = 0 \Leftrightarrow |x|^2 - 5|x| + 6 = 0$ (1)

$|x| = y \geq 0$ οπότε (1) $\Leftrightarrow y^2 - 5y + 6 = 0$

$\left.\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 25 - 24 = 1 > 0\right\}$ $y_1, y_2 = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \dfrac{5 \pm 1}{2} = \begin{array}{l} \nearrow 3 \\ \searrow 2 \end{array}$

- Για $y = 3$, $|x| = 3 \Leftrightarrow \boxed{x = 3 \text{ ή } x = -3}$
- Για $y = 2$, $|x| = 2 \Leftrightarrow \boxed{x = 2 \text{ ή } x = -2}$

Γ2. $\dfrac{|x-1|-4}{2} + \dfrac{5}{3} < \dfrac{|x-1|}{3} \Leftrightarrow 3|x-1| - 12 + 10 < 2|x-1| \Leftrightarrow 3|x-1| - 2|x-1| < 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow |x-1| < 2 \Leftrightarrow -2 < x-1 < 2 \Leftrightarrow -1 < x < 3$ δηλαδή $x \in (-1, 3)$

Γ3. $\left.\begin{array}{l} |x| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2x \leq 2 \\ |y| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq y \leq 2 \Leftrightarrow -6 \leq -3y \leq 6 \end{array}\right\} \xrightarrow{(+)} -8 \leq 2x - 3y \leq 8$ δηλαδή $|2x-3y| \leq 8$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-\lambda)^2 - 4[-(\lambda+1)] = \lambda^2 + 4(\lambda+1) = \lambda^2 + 4\lambda + 4 = (\lambda+2)^2 > 0$ αφού $\lambda \neq -2$.

Δηλαδή η εξίσωση έχει 2 άνισες ρίζες για κάθε $\lambda \neq -2$.

Δ2. 1. Από τύπους Vieta $x_1 + x_2 = \dfrac{-\beta}{\alpha} = \lambda$ και $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{\gamma}{\alpha} = -\lambda - 1$

2. Η εξίσωση έχει 2 ετερόσημες ρίζες αν $x_1 \cdot x_2 < 0 \Leftrightarrow -\lambda - 1 < 0 \Leftrightarrow \lambda > -1$

3. $(x_1 + x_2)^2 \leq x_1 \cdot x_2 + 3 \Leftrightarrow \lambda^2 \leq -\lambda - 1 + 3 \Leftrightarrow \lambda^2 + \lambda - 2 \leq 0$ (1)

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 1^2 - 4 \cdot 1(-2) = 1 + 8 = 9 > 0$ $\lambda_1, \lambda_2 = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \dfrac{-1 \pm 3}{2} = \begin{array}{l} \nearrow 1 \\ \searrow -2 \end{array}$

λ	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$\lambda^2 + \lambda - 2$		+	0	−	0	+	

Οπότε οι λύσεις της (1) είναι $-2 \leq x \leq 1$ δηλαδή $x \in [-2, 1]$

Δ. ΑΚΙΝΟΣΟΓΛΟΥ