Περικλέους Σταύρου 31
34100 Χαλκίδα
T: 2221-300524 & 6937016375
F: 2221-300524
@: chalkida@diakrotima.gr
W: www.diakrotima.gr

Προς: Μαθητές Α, Β & Γ Λυκείου / Κάθε ενδιαφερόμενο

Αγαπητοί Φίλοι

Όπως σίγουρα γνωρίζετε, από τον Ιούνιο του 2010 ένα νέο **«ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ»** λειτουργεί και στη Χαλκίδα. Στο Φροντιστήριό μας, κάνοντας χρήση **πρωτοποριακών εκπαιδευτικών μέσων**, το «Σύστημα ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ» γίνεται «Σύστημα Επιτυχίας»!

Κάποια από τα βασικά σημεία υπεροχής των Φροντιστηρίων **ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ** είναι τα εξής:

- **Ευρεία χρήση** διαδραστικού πίνακα
- **Εξειδικευμένοι καθηγητές** επιλεγμένοι με τις πλέον αυστηρές μεθόδους
- **5μελή τμήματα** αντί για τα συνήθη πολυμελή τμήματα των φροντιστηρίων
- **60λεπτο μάθημα** και όχι 45λεπτο
- **Βοηθήματα εκδόσεων ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ** που προσφέρονται στους μαθητές μας

Εκτός όλων αυτών των πλεονεκτημάτων, οι μαθητές μας προετοιμάζονται για τις πανελλήνιες εξετάσεις ήδη από την Α Λυκείου, με τον τρόπο που διεξάγονται τα διαγωνίσματά μας. Η διαδικασία ξεκινά με την αποστολή του «Τετραδίου Ύλης» από τα Κεντρικά μία εβδομάδα πριν το καθορισμένο διαγώνισμα, ώστε να γνωρίζουν όλοι (διεύθυνση, καθηγητές και μαθητές) την εξεταστέα ύλη. Στη συνέχεια, την Παρασκευή το βράδυ πριν το διαγώνισμα αποστέλλονται από την Κεντρική Διοίκηση τα θέματα των διαγωνισμάτων του Σαββάτου, τα οποία φυσικά είναι άγνωστα και κοινά για όλα τα φροντιστήρια ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ.

Φανταστείτε λοιπόν, ότι οι μαθητές μας εξοικειώνονται ήδη από την Α τάξη του Λυκείου με την ιδέα των Πανελληνίων εξετάσεων αφού γράφουν σε όλη την Ελλάδα, κοινά και άγνωστα θέματα, σε κοινή ύλη, κοινή ημέρα και κοινή ώρα!

Στη συνέχεια, ακολουθεί το Τετράδιο Ύλης του Διαγωνίσματος, τα θέματα του Διαγωνίσματος και οι απαντήσεις από τους εξειδικευμένους καθηγητές μας. Για οποιαδήποτε απορία έχετε μπορείτε να επικοινωνήσετε με το Φροντιστήριο στα τηλέφωνα και το e-mail που υπάρχουν πάνω δεξιά.

Τέλος, θα χαρούμε πολύ να σας δούμε από κοντά, προκειμένου να ενημερωθείτε εσείς και οι γονείς σας για τα προγράμματα σπουδών μας και να ωφεληθείτε από τις προσφορές μας ενόψει της νέας σχολικής χρονιάς.

Με φιλικούς χαιρετισμούς,

Απόστολος Κηρύκος
Χημικός Μηχανικός Ε.Μ.Π.
MSc Marketing & Communication A.U.E.B.
Διεύθυνση **ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ** Χαλκίδας

ΔΕΛΤΙΟ ΕΞΕΤΑΣΤΕΑΣ ΥΛΗΣ

ΤΑΞΗ: Α ΛΥΚΕΙΟΥ	ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΘΕΤΙΚΗ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: 09/10/2010
ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ	ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΚΑΘΗΓΗΤΗ: ΖΑΓΚΛΗΣ ΚΩΣΤΑΣ	
ΒΙΒΛΙΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟΥ		
ΒΙΒΛΙΟ ΣΧΟΛΕΙΟΥ	Θεωρία: §1.1 – και 1.2§ σελ. 19-36 Ασκήσεις: σελ.28: ΟμΑ: 2-7 σελ.29: ΟμΒ: 1-4 σελ.35: ΟμΑ: 1-7 σελ.36: ΟμΒ:: 2,3	

Για την άριστη προετοιμασία ενός διαγωνίσματος απαραίτητη είναι η γνώση <u>όλων των ασκήσεων</u> που περιέχονται στο σχολικό και στο φροντιστηριακό βιβλίο ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ στα κεφάλαια που περιλαμβάνονται στην παραπάνω εξεταστέα ύλη. <u>Κατ’ ελάχιστον</u> όμως απαραίτητη κρίνεται η γνώση των παραπάνω προτεινόμενων ασκήσεων.

Σας Ευχόμαστε Καλή Επιτυχία!

ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A_1. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:
α) αβ=0 ⇔…………..
β) αβ $\neq 0$⇔…………..
γ) $a^{-\nu} =$ ………….., $\nu \in N^*$
δ) $a^3 + \beta^3 =$ …………………
ε) $(\alpha + \beta + \gamma)^2$

Μονάδες 5

A_2. Να αποδείξετε ότι για θετικούς αριθμούς α, β και θετικό ακέραιο ν ισχύει η σχέση :

$$\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha^\nu = \beta^\nu$$

Μονάδες 10

A_3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ):

α) Οι αριθμοί $\sqrt{2}$ *και* $\sqrt{4}$ είναι άρρητοι αριθμοί

β) αν $\alpha < x \leq \beta$ τότε ισοδύναμα ισχύει ότι $\chi \in [\alpha, \beta)$

γ) ισχύει $a^2 + \beta^2 \geq 0$ για κάθε $a, \beta \in R$

δ) Αν γ<0, τότε $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma > \gamma\beta$

ε) αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$ τότε $\alpha\text{-}\gamma > \beta\text{-}\delta$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

B_1.

α) Να αποδειχθεί η ταυτότητα:

$$(x^2-a^2)-(x^2-\beta^2)=(\alpha+\beta)(\beta-\alpha)$$

Μονάδες 6

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$1002\cdot 998-1003\cdot 997$$

Μονάδες 5

B_2. Να προσδιοριστεί το αποτέλεσμα των παραστάσεων:

α) $$\mathrm{A}=\left[\frac{\left(x^2y^{-2}\right)^2}{\left(x^{-4}y^2\right)^{-1}}\right]^{-2}$$

Μονάδες 6

β) $$\mathrm{B}=\left[\left(\frac{a^2}{\beta^3}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{\alpha^{-4}}{\beta^{-5}}\right)\cdot\left(\alpha^{-3}\beta\right)^{-4}\cdot\beta^{-2}\right]^{-1}:\left[\left(\frac{a^{-2}}{\beta}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{\beta^2}{\alpha}\right)^3\cdot\beta^{-9}\right]^{-2}$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Γ_1.Αν $a\geq -1$ να αποδείξετε ότι:

$$a^3+1\geq a^2+a$$

Μονάδες 8

Γ_2. Αν $1<\chi<3$ και $2<y<4$ να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμιάς απ΄ τις παραστάσεις:

α)2x+y β)x-y γ) $\frac{2x}{y}$ δ) x^2+y^2

Μονάδες 8

Γ_3. Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{x^2+y^2}{2} \geq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Δ_1.Αν α, β > 0 και ισχύει $\beta^4 \leq \dfrac{2\beta^2}{\alpha^2} - \dfrac{1}{\alpha^4}$,
να αποδείξετε ότι ο α και ο β είναι αντίστροφοι αριθμοί.

Μονάδες 13

Δ_2. Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί χ, ψ ώστε να ισχύει η σχέση:
$\chi^2 + \psi^2 - 4\chi - 2\psi + 5 = 0$

α) Να βρείτε τους χ, ψ

Μονάδες 6

β) Για τις τιμές των χ, ψ που βρήκατε, με α $\geq$β να δείξετε ότι ισχύει:
$\chi\alpha(\alpha + \beta) + \psi\alpha \geq \beta(1-\beta) + \alpha^2$

Μονάδες 6

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Επιμέλεια Θεμάτων:
Ζάγκλης Κ. – Τσακουμάγκος Σ.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. α) $\alpha \cdot \beta = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$ ή $\beta = 0$

β) $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$

γ) $\alpha^{-\nu} = \frac{1}{\alpha^{\nu}}$, $\nu \in \mathbb{N}^*$

δ) $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha+\beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$

ε) $(\alpha+\beta+\gamma)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + 2\alpha\beta + 2\beta\gamma + 2\alpha\gamma$

Α2. Θεωρία-απόδειξη σχολικού σελ. 32

Α3. α. Λ β. Λ γ. Σ δ. Λ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) $(x^2-\alpha^2)-(x^2-\beta^2) = x^2 - \alpha^2 - x^2 + \beta^2 = \beta^2 - \alpha^2 = (\alpha+\beta)(\beta-\alpha)$

β) $1002 \cdot 998 - 1003 \cdot 997 = (1000+2)\cdot(1000-2) - (1000+3)\cdot(1000-3) =$
$\overset{(\alpha)}{=} (1000^2 - 2^2) - (1000^2 - 3^2) = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$

Β2. α) $A = \left[\frac{(x^2 y^{-2})^2}{(x^4 \cdot y^2)^{-1}}\right]^{-2} = \frac{(x^2 \cdot y^{-2})^{-4}}{(x^{-4} \cdot y^2)^2} = \frac{x^{-8} \cdot y^8}{x^{-8} \cdot y^4} = \frac{y^8}{y^4} = y^4$

β) $B = \left(\frac{\alpha^{-6}}{\beta^{-9}} \cdot \frac{\alpha^{-4}}{\beta^{-5}} \cdot \alpha^{12} \cdot \beta^{-4} \cdot \beta^{-2}\right)^{-1} : \left(\frac{\alpha^8}{\beta^{-4}} \cdot \frac{\beta^6}{\alpha^3} \cdot \beta^9\right)^{-2} =$

$= \left(\frac{\alpha^6}{\beta^9} \cdot \frac{\alpha^4}{\beta^5} \cdot \alpha^{-12} \cdot \beta^4 \cdot \beta^2\right) : \left(\frac{\alpha^{-16}}{\beta^8} \cdot \frac{\beta^{-12}}{\alpha^{-6}} \cdot \beta^{-18}\right) =$

$= \frac{\alpha^{-2}}{\beta^6} : (\alpha^{-10} \cdot \beta^{-22}) = \frac{1}{\alpha^2 \cdot \beta^6} : \frac{1}{\alpha^{10} \cdot \beta^{22}} = \frac{\alpha^{10} \cdot \beta^{22}}{\alpha^2 \cdot \beta^6} = \alpha^8 \cdot \beta^{16}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\alpha^3 + 1 \geq \alpha^2 + \alpha \Leftrightarrow \alpha^3 + 1 - \alpha^2 - \alpha \geq 0 \Leftrightarrow \alpha^2(\alpha-1) - (\alpha-1) \geq 0 \Leftrightarrow (\alpha-1)(\alpha^2-1) \geq 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (\alpha-1)(\alpha-1)(\alpha+1) \geq 0 \Leftrightarrow (\alpha-1)^2(\alpha+1) \geq 0$ ισχύει αφού $\alpha \geq -1$

Γ2.

α) $\left.\begin{array}{l} 1 < x < 3 \Leftrightarrow 2 < 2x < 6 \\ \text{και } 2 < y < 4 \end{array}\right\} \overset{(+)}{\Longrightarrow} 4 < 2x + y < 10$

β) $\left.\begin{array}{l} 2 < y < 4 \Leftrightarrow -4 < -y < -2 \\ 1 < x < 3 \end{array}\right\} \overset{(+)}{\Longrightarrow} -3 < x - y < 1$

γ) $\left.\begin{array}{l} 1 < x < 3 \Leftrightarrow 2 < 2x < 6 \\ 2 < y < 4 \Leftrightarrow \frac{1}{4} < \frac{1}{y} < \frac{1}{2} \end{array}\right\} \overset{(\cdot)}{\Longrightarrow} \frac{1}{2} < \frac{2x}{y} < 3$

δ) $\left.\begin{array}{l} 1 < x < 3 \Leftrightarrow 1 < x^2 < 9 \\ 2 < y < 4 \Leftrightarrow 4 < y^2 < 16 \end{array}\right\} \overset{(+)}{\Longrightarrow} 5 < x^2 + y^2 < 25$

Γ3. $\frac{x^2+y^2}{2} \geq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{x^2+y^2}{2} \geq \frac{(x+y)^2}{4} \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 \geq (x+y)^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 \geq x^2 + 2xy + y^2 \Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0$ ισχύει

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $\beta^4 \le \frac{2\beta^2}{\alpha^2} - \frac{1}{\alpha^4} \Leftrightarrow \alpha^4\beta^4 \le 2\alpha^2\beta^2 - 1 \Leftrightarrow \alpha^4\beta^4 - 2\alpha^2\beta^2 + 1 \le 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\alpha^2\cdot\beta^2 - 1)^2 \le 0$ αλλά $(\alpha^2\beta^2 - 1)^2 \ge 0$ άρα αναγκαστικά $\alpha^2\cdot\beta^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \alpha^2\cdot\beta^2 = 1 \overset{\alpha,\beta>0}{\Longleftrightarrow} \alpha\cdot\beta = 1$ δηλαδή α, β αντίστροφοι

Δ2. α) $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 2y + 1) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \left.\begin{matrix} x-2=0 \\ y-1=0 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \boxed{\begin{matrix} x=2 \\ y=1 \end{matrix}}$

β) Για $x=2,\ y=1$ αρκεί να δείξουμε ότι

$2\alpha(\alpha+\beta) + \alpha \ge \beta(1-\beta) + \alpha^2 \Leftrightarrow 2\alpha^2 + 2\alpha\beta + \alpha \ge \beta - \beta^2 + \alpha^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 + \alpha - \beta \ge 0 \Leftrightarrow (\alpha+\beta)^2 + \alpha - \beta \ge 0$ που ισχύει αφού

$(\alpha+\beta)^2 \ge 0$

$\alpha \ge \beta \Leftrightarrow \alpha - \beta \ge 0$

Δ. ΑΚΙΝΟΣΟΓΛΟΥ